

Abakus – ett möjligt mattelyft?

Elever som arbetar med abakus grundlägger en god taluppfattning, menar artikelförfattaren, som här berättar om sin mångåriga erfarenhet av att undervisa med hjälp av detta uråldriga kinesiska räknehjälpmiddel.

När jag för några år sedan kom till min nuvarande tjänst som speciallärare på Dahlandergymnasiet i Säter träffade jag Anna. Hon hade inte klarat grundskolans matematik och hade dessutom kämpat med den i två terminer på individuella programmet. Hennes matematiklärare var bekymrad, för trots ihärdiga försök var det som om hon var immun mot matematik. Jag började undersöka vad som kunde vara haken. Anna visade sig ha många egna strategier för att räkna. Eftersom hon hade förstått att det inte var bra att räkna på fingrarna hade hon istället utvecklat en osynlig metod, hon såg prickar i huvudet som hon räknade en efter en. Hon hade inte heller förstått principen med platsvärden och hade svårt att skriva och läsa tal som 1003. Decimaltal mellan 0 och 1 trodde hon var negativa tal. *De är ju mindre än ett och då måste de vara negativa.* Det fanns också en känslomässig sida av svårigheterna. Annas misslyckanden hade sänkt hennes självbild i matematik. Så fort hon såg ett tal skapade det stress och en sämre förmåga att tänka klart.

Jag ville hitta en helt ny ingång för henne och föreslog att vi skulle lägga bort matteboken under en period och istället ägna oss åt världens äldsta räknehjälpmiddel, den kinesiska abakusen. Hon var mycket skeptisk när jag tog fram en kulram – något som i hennes tycke såg ut att höra hemma på dagis. Jag övertygade henne om att jag använt den länge, såväl i specialundervisning som i klass, och med goda resultat. När hon fick möjlighet att lära sig hantera abakusen och sedan använda den intensivt utvecklades hennes matematiska förmågor så bra att hon kunde klara hela grundskolans kurs på mindre än en termin. *Man skulle kunna tro att hon genomgått en matematisk metamorfos*, sa hennes ordinarie matematiklärare. Själv förklarade Anna sin framgång med orden: *Det är som om kulorna har kommit in i mitt huvud!*

Subitisering

Varför kunde abakusen hjälpa Anna? För det första räknade hon prickar i huvudet. Hon hade inte befäst de tio första naturliga talens uppdelningar utan behandlade alla tal större än två som summan av $n+1$. Additionen $4+5$ beräknade hon som $4+1+1+1+1+1$ eller ibland som $1+1+1+1+1+1+1+1+1$.

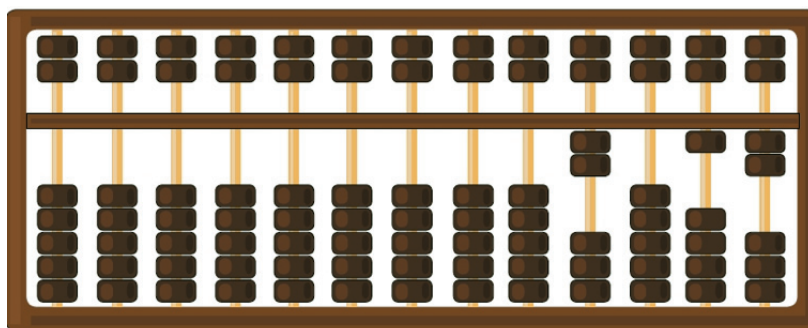
Anna är inte ensam, många elever använder sig av "n+1-metoden". En del av förklaringen skulle kunna vara att de har brister i *subitiseringsförmågan*, det vill säga förmågan att med en enda snabb blick (0,2 sek) kunna avgöra hur många föremål, prickar, streck eller andra objekt i en liten mängd, upp till fyra eller fem, innehåller.

Fischer (2008) visar i sin forskning att elever i matematiksvårigheter presterar signifikant sämre vad det gäller subitiseringsförmåga än vad matematiskt normalpresterande elever gör och de brukar använda fingrarna för addition och subtraktion, ett steg i taget. En av många fördelar med abakusräkning är just att subitiseringsförmågan övas. Detta sker framför allt i moment där man snabbt ska avläsa talbilder. Förmågan tränas också när vanliga räkneoperationer utförs för då är det inte tillåtet att lägga upp abakuskulorna en och en, utan talen ska läggas med ett handgrepp.

Kraften i det odelade femtalet

En viktig del av grundläggande taluppfattning är att kunna dela upp de tio första naturliga heltalen i två delar. Abakusen har ett system med underkulor som är värda 1 och överkulor som är värda 5 på respektive platsvärde. Neuman (1992) har i sin forskning visat hur arbete med det starka femtalet, den halvdecimala strukturen, i tidig matematikundervisning ger förutsättningar för goda räknestrategier på högre nivåer. Genom att utnyttja femtalet som en helhet kan vi uppfatta talen 6 till och med 10 som 5 plus något.

Eftersom talen alltid ska läggas som ett handgrepp kommer varje tal dessutom att lagras i det taktila minnet just som ett grepp, en helhet, likt ett ackord på ett musikinstrument.



En abakus som visar talet 2012. Överkulorna är värda 5, de undre 1. Kulorna längst till höger representerar entalen, nästa rad tiotalen osv.

Lär med många sinnen

I arbetet med abakusen används fingermotoriken tillsammans med språkliga begrepp. Jag anser att nybörjare bör uttala vad de gör: *Jag växlar fem ental till en femma*. På så vis förankras förståelsen även i "det inre talet", samtidigt som kropps- och rumsuppfattningen tränas. Abakusens konsekventa vänster-högerriktning i operationerna främjar, enligt min erfarenhet, både säkerhet i läsiaktning och säkerhet för rumsliga riktningar och lägen. En elev som är rumsligt osäker kan ha svårt att förstå platsvärden och tallinjens koppling till räknesätten. Att behärska de rumsliga förmågorna är även en förutsättning för att kunna bygga andra sekventiella kunskaper som exempelvis veckans dagar, månaderna, årstiderna, alfabetet och den analoga klockan.

Siffran och dess platsvärde

Ytterligare en fördel med abakusräkning är att siffra och platsvärde alltid betraktas samtidigt. De är en oupplöslig enhet på samma sätt som bokstav och språklyd kan utgöra en enhet. När man förstått idén med platsvärde är grunden lagd för att förstå decimalsystemet. Den elev som inte har platsvärde klart för sig kan exempelvis tolka talet 55 som 10, det vill säga uppleva talet som $5 + 5$, eftersom förståelsen saknas för att siffrans värde ökar tio gånger för varje steg som tas åt vänster. Det är också svårt att förstå decimaltecknets innebörd och de värden som är till höger om detta. En person med de här missuppfattningarna kan tycka att talet 0,97 är större än 1,1 därför att det första talet innehåller "större" siffror. Det kan, som i Annas fall, vara så att decimaltal mellan 0 och 1 betraktas som negativa tal eftersom de är mindre än 1.

Om man inte har förstått idén med platsvärden blir det också mycket svårt att förstå de matematiska prefixens funktion och deras koppling till längd-, volym- och viktenheter och hur man omvandlar dem. Dessa grundläggande begrepp tränas på abakusen.

Mental abakus

Elever som ofta tränar på abakus upplever att de ser kulorna för sitt "inre öga", de räknar på en "virtuell räkneram" genom att bara röra fingrarna på samma sätt som om de hade en riktig abakus. Detta kallas "mental abakus".

Kinesiska och japanska forskare har upptäckt att den som gör matematiska beräkningar med hjälp av abakus använder och utvecklar de delarna av hjärnan som har mer visuella funktioner, vilket är till fördel på många fler områden än bara i matematik, menar bland andra Amaiwa (2001).

I juni 2009 besökte jag Peking för att lära mig mer om mental abakus. Förutom metodiska tips fick jag också ta del av forskningsresultat kring skillnader i förmågor hos personer som deltagit i abakusundervisning och de som inte gjort det. Den kinesiske forskaren Zhifeng (2007) pekar på några betydelsefulla resultat. Han menar att de som använt abakus har, i förhållande till en kontrollgrupp, i högre grad:

- ◇ utvecklat sitt arbetsminne och sin koncentrationsförmåga
- ◇ utvecklat kreativitet och visuell problemlösningsförmåga
- ◇ ökat sin läshastighet.

Zhifeng hävdar också att eleverna får bättre resultat på intelligenstest genomförda efter ett års undervisning. Effekterna av träning i abakus och mental abakus verkar, enligt den kinesiska forskningen, dröja sig kvar lång tid efter att träningen har avslutats. Kanske är orsaken helt enkelt att man byggt en god grundläggande taluppfattning. En mycket högre andel studenter från skolor som använt abakusräkning under lägre stadier klarade exempelvis inträdet till högre studier. En annan, icke desto mindre viktig, sidoeffekt av abakusträning är att eleverna, kinesiska såväl som svenska, tycker att matematik är kul!

Ett uråldrigt räknehjälpmedel

Räknehjälpmedel i olika former har funnits i många kulturer. Inget av dessa har dock nått den spridning och popularitet som den kinesiska abakusen, *suan-pan*, vilken fick sin utformning under 1200-talet. Den har ofta 13 lodräta

pinnar, kolumner, vilka motsvarar platsvärden och en horisontell mittbom som skiljer de fem nedre kulorna från de två övre. Varje underkula motsvarar "1" på respektive platsvärde. Spalten längst till höger motsvarar ental, nästa tiotal, nästa hundratal och så vidare. Varje överkula motsvarar fem underkolor, de motsvarar alltså värdet 5, 50, 500 och så vidare. Det går även att ha flytande platsvärden, vilket gör det möjligt att använda ett valfritt antal decimaler. Med hjälp av abakusen kan man bland annat addera, subtrahera, multiplicera, dividera, göra enhetsomvandlingar och beräkna kvadratrötter.

Abakusen behöll i stort sett sin utformning med två överkolor och fem underkolor ända fram till 1850. Då utvecklades en ny variant med en överkula och fem underkolor. Japanerna tar åt sig äran av att 1930 ha designat den abakus, *soroban*, vi oftast ser idag. Den har en överkula och fyra underkolor. I Kina anser de att de var först även med denna modell.

Abakusen användes under lång tid i Kina, Taiwan, Japan och i Singapore samt i andra delar av Asien, Mellersta Östern, Ryssland och delar av Europa. Den var viktig inom affärlivet och i platsannonser kunde man ofta se att "god kännedom i räkneramen erfordras". I takt med att datorer och billiga miniräknare blev allmänna kom abakusen att betraktas som allt mer omodern. Den har ändå levt kvar som ett undervisningsverktyg och som tävlingsredskap i Japan och Taiwan. Där får alla barn i lägre klasser fortfarande lära sig grundläggande abakushantering. Sedan en tid tillbaka ökar också dess popularitet som undervisningsredskap i bland annat Singapore, Malaysia och Filippinerna.



Abakusräkning för alla

Kineserna tycker att det är lämpligt att börja använda abakusen när barnen är mellan 4 och 12 år. Enligt min erfarenhet passar den lika bra för ungdomar och vuxna som vill utveckla sin räkneförmåga. Abakusen är en utmärkt språngbräda för elever som misslyckats med matematik. Lärare på högre stadier tar emot elever som misslyckats år efter år. När dessa elever möter ännu en lärare och ännu en ny lärobok har de ingen anledning att tro att de ska lyckas den här gången heller. Att då kunna erbjuda något helt nytt som att slippa mattebok, papper och penna ger helt andra förutsättningar för att komma runt den låga tilltro eleven har till sin egen räkneförmåga. Mina mål med abakusträning är, förutom god grundläggande taluppfattning, att bygga självförtroende och matematikglädje. Därför tycker jag att den klassiska varianten med fem underkolor och två överkolor passar mina syften och min undervisningsmetodik bäst. Med denna variant kan eleverna relativt snabbt göra avancerade

beräkningar, till och med innan de behärskar talkamraterna. Talkamraterna lärs in i två steg, först upp till fem och därefter upp till tio. Tillvägagångssättet med abakusräkning gynnar förståelsen för hur räknesätten hänger samman, i en additionsberäkning används samtidigt subtraktion. Många beräkningar går att utföra på olika sätt. När eleverna sitter tillsammans kan de sedan jämföra sina lösningsstrategier. I de här resonemangen brukar insikten om matematikens skönhet och glädje födas. Med den ursprungliga modellen av abakus känner även de svagare eleverna att de förstår och hänger med. Ur detta spirar elevernas självförtroende och matematikglädje.

Slutord

Jag har arbetat med abakus som lärverktyg under cirka 20 år och använder den både i special- och klassundervisning. Efter Anna har jag mött fler elever som lyckats utveckla sina matematiska förmågor och sitt självförtroende så bra att de klarat både A- och B-kurser på gymnasiet med utmärkta resultat. Att som lärare ha kunskap om hur man arbetar med abakusen har varit till ovärderlig hjälp i mina möten med både barn och vuxna i matematiksvårigheter.

Under arbetet med Anna började jag sammanställa ett övningsmaterial som på ett strukturerat sätt skulle kunna utveckla de områden där jag såg att bristerna fanns. Framför allt siktade jag på att bygga en god grundläggande taluppfattning med hjälp av abakusträning. Min förhoppning är att intresset för abakus ska växa i Sverige och att lärare och elever lär känna detta uråldriga, men kraftfulla, verktyg. Abakusanvändning på ett strukturerat och genomtänkt sätt kan öka matematikglädjen och ge eleverna en god taluppfattning – ett verkligt matematiklyft.

Abakus i Sverige

I Umeå pågår ett 2-årigt projekt där 26 lågstadielklasser får abakusundervisning, vilket beskrivs på nästa sida i *Kul med abakus*.

I Ekerö kommun är abakusen en del i en större matematiksatsning. Där kommenterar exempelvis en lärare på lågstadiet att hon iakttar en ovanlig säkerhet vad gäller platsvärde hos de yngre eleverna.

I Söderköping har en lärare på Waldorfskolan sedan ett år undervisat i abakus, och han berättar: *I och med att abakusen är något helt nytt, är eleverna villiga att prova metoden. När de gör det upptäcker de snart att de förstår vad tal och räkning handlar om, och då blir matematik plötsligt rolig igen. Just den effekten, att matematik blir roligt och de känner ett självförtroende, rider de sedan på genom problem som de annars inte ens hade tittat åt. Att ta ett helt nytt grepp och skänka eleven lite nytt självförtroende räcker enligt mig ofta väldigt långt, för motivation har ju alltid varit vår största drivkraft.*

Även på en del förskolor och inom vuxenutbildning, bl a på Komvux i Västerås, används abakusen med goda resultat.

LITTERATUR

- Amaiwa, S. (2001). *The ripple effects of abacus learning*. Shinshu University.
- Fischer, B. m fl. (2008). *Subitizing and visual counting in children with problems acquiring basic arithmetic skills*.
- Neuman, D. (1992). Kraften i det odelade femtalet. *Nämnamn* 1992:1, 30–33.
- Zhifeng, J. (2007). *Research progress on the potential effects of abacus and mental arithmetic on development of childrens intelligence*. Central Education and Science Research Institution.

En lektion där kinesiska förskolebarn tränar abakusräkning finns att se på www.abakusen.se
En utökad litteraturlista inklusive fler länkar om abakus finns på Nämnamn på nätet.